

УДК 621.355.29

## ОСОБЕННОСТИ МОДЕЛИРОВАНИЯ СВИНЦОВО-КИСЛОТНОГО АККУМУЛЯТОРА

Н. С. Фоменко<sup>✉</sup>, А. С. Григорьев, А. С. Динисиллов

Федеральное государственное бюджетное учреждение  
«Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт»  
123182, Россия, Москва, пл. Академика Курчатова, 1

<sup>✉</sup> E-mail: Fomenko\_NS@nrcki.ru

Поступила в редакцию: 21.01.2019 / Принята: 5.02.2019 / Опубликовано онлайн: 24.06.2019

В настоящее время во всем мире особо остро стоит вопрос экологии и, в первую очередь, вопрос снижения вредных выбросов и эмиссии парниковых газов, производимых автотранспортом. Самым популярным среди экологических видов транспорта является электромобиль. Для того чтобы использовать электромобиль в качестве повседневного средства передвижения, должна быть создана соответствующая инфраструктура, основной частью которой является зарядная станция. При использовании зарядной станцией электроэнергии, генерируемой при сжигании угля и природного газа, эмиссия вредных газов в атмосферу сохраняется. В связи с этим крайне актуальной стала разработка зарядных станций на возобновляемых источниках энергии. Накопителем энергии в таких станциях служат аккумуляторные батареи. Для оценки параметров и состояния, прогнозирования срока службы аккумуляторной батареи необходима ее математическая модель. В данной статье рассматривается математическая модель свинцово-кислотного аккумулятора, основанная на уравнении Шеферда. Обсуждаются основные особенности ее работы и принцип построения.

*Ключевые слова:* аккумулятор, свинцово-кислотная батарея, математическая модель, возобновляемые источники энергии, электроразрядная станция.

### Features of Lead-Acid Battery Modelling

**Nikita S. Fomenko**<sup>✉</sup>, <http://orcid.org/0000-0002-5436-4518>, Fomenko\_NS@nrcki.ru  
**Aleksandr S. Grigoryev**, <http://orcid.org/0000-0001-8328-2565>, Grigoriev\_AS@nrcki.ru  
**Andrei S. Dinisilov**, <http://orcid.org/0000-0001-7262-6203>, Dinisilov\_AS@nrcki.ru

*National Research Center «Kurchatov Institute»  
1 Akademika Kurchatova pl., Moscow 123182, Russia*

Received: 21.01.2019 / Accepted: 5.02.2019 / Published online: 24.06.2019

One of the key steps to improve environmental situation is reducing pollutants released by automobiles. As of now, electric cars are the most commonly used type of eco-friendly vehicles. However, having a limited travel range they require an infrastructure system of charging stations to operate. Moreover, while electric vehicles don't produce negative emissions directly they can still contribute to pollution if their energy is generated using fossil fuels. To further improve environmental benefits of electric cars charging stations on renewable energy sources should be developed. Such stations usually use battery banks for energy storage. An adequate mathematical model is required for battery parameter estimations and state of life predictions. In this article a lead acid battery model based on Sherepherd's equation is reviewed. Method specifics are discussed.

*Keywords:* battery, lead-acid battery, mathematical model, renewable energy, charging station.

**DOI:** <https://doi.org/10.18500/1608-4039-2019-19-2-81-89>

## ВВЕДЕНИЕ

Для развития электротранспорта необходимо в первую очередь создать инфра-

структуру зарядных станций. При этом питание станций от электрической сети не решает проблему выброса вредных веществ в атмосферу, поскольку часть электроэнер-

гии по-прежнему генерируется за счет сжигания невозобновляемых природных ресурсов: угля и природного газа [1]. Помимо этого, уровень электрификации некоторых отдаленных и труднодоступных регионов таких стран, как Россия и Австралия, в принципе не позволяет подключение электростанций к электрическим сетям.

В связи с этим особый интерес представляет разработка автономных зарядных станций на базе возобновляемых источников энергии: солнца, ветра, топливных элементов и др.

### ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧИ

Указанные выше источники имеют одну особенность – вырабатываемая ими мощность относительно мала, у солнечных панелей – непостоянна во времени, а у ветрогенераторов она еще имеет квазистохастический характер. Рассмотрим на примере: для быстрого заряда электромобиля требуется источник мощностью более 20 кВт, в то время как одна солнечная панель со средним

КПД 20% площадью 2 м<sup>2</sup> в солнечную погоду генерирует до 0.4 кВт. По этой причине зарядные станции необходимо укомплектовывать системами накопления энергии, состоящими, как правило, из блоков аккумуляторных батарей большой ёмкости.

На рис. 1 представлен один из возможных вариантов такой установки: солнечные батареи (SP) с контроллером заряда MPPT (Maximum Power Point Tracking) и ветроэнергетическая установка (WT) посредством устройства коммутации производят заряд блока батарей. В качестве резервных источников питания к блоку подключены электрохимический генератор – топливный элемент (FC) и/или мотор-генератор (MG) с двигателем внутреннего сгорания, также предусмотрена возможность подключения к электрической сети.

Первым шагом на пути к проектированию автономных зарядных станций должно стать создание математической модели аккумуляторов, составляющих систему накопления энергии. Рассматривать будем преимущественно свинцово-кислотные аккумуля-

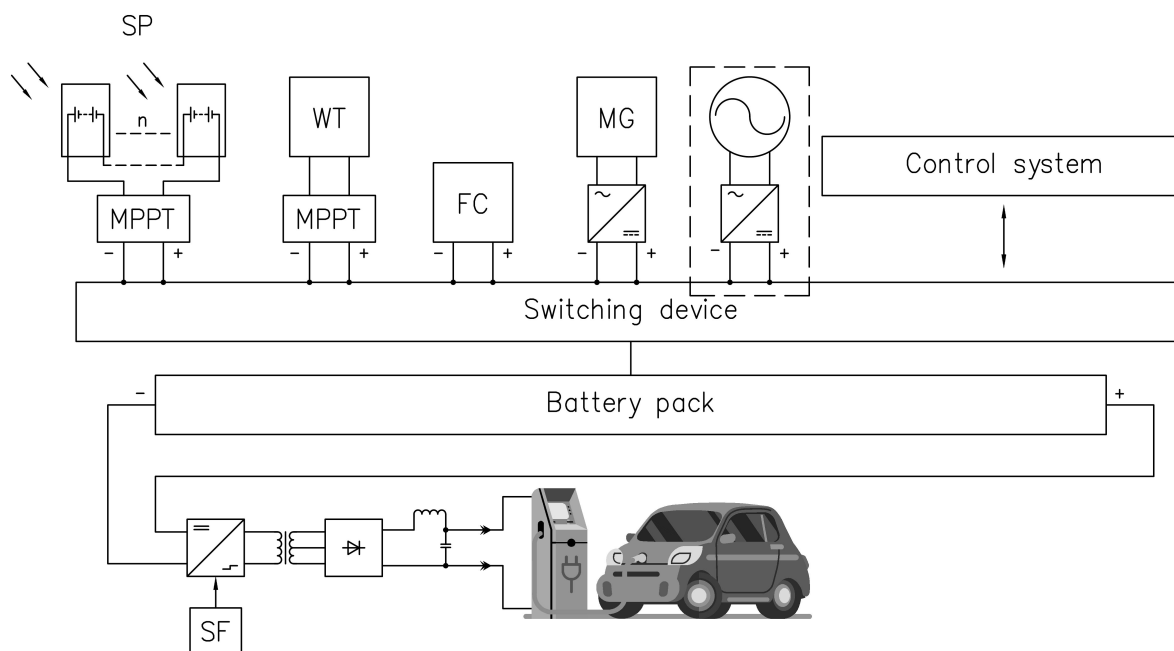


Рис. 1. Электростанция на основе ВИЭ с системой накопления электроэнергии

Fig. 1. Charging station using renewable energy sources and energy storage system

ляторы ввиду их коммерческой доступности и ряда позитивных технических характеристик. В более общем виде задачу можно поставить как определение величин тока и напряжения на аккумуляторе в любой момент времени с учетом его физических особенностей. Для верификации полученных моделей использовался свинцово-кислотный аккумулятор Delta GX 12-100 (Китай) с номинальной ёмкостью в 100 А·ч и напряжением 12 В.

Входными данными для модели будут время разряда  $\tau_r$ , номинальная ёмкость  $Q_{\text{ном}}$ , исходная ёмкость  $Q_0$ . Управляющим параметром будет ток  $I$ . Выходными параметрами будут напряжение  $U_{\text{бат}}$  и текущая запасенная ёмкость на батареях  $Q_{\text{тек}}$ .

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АККУМУЛЯТОРА

Существуют три основных подхода к моделированию химических батарей. Первый подход заключается в решении одномерной электрохимической задачи с использованием таких параметров, как пористость электродов и плотность электролита [2]. Второй подход заключается в составлении эквивалентной схемы батареи и подборе зависимости каждого из параметров схемы от степени заряда батареи (state of charge, SOC) [3]. И третий подход заключается в подборе коэффициентов эмпирического уравнения Шеферда [4] по разрядной кривой при постоянном токе.

Из всех подходов нами был выбран последний, поскольку параметры, необходимые для данной модели, могут быть полу-

чены методами неразрушающего контроля. Также он одновременно подходит для описания различных типов батарей, что обеспечивает гибкость при проектировании системы.

Моделирование аккумуляторов при помощи уравнения Шеферда широко освещено в целом ряде научных работ [5–8].

Уравнение имеет следующий вид:

$$U(i) = E - R \cdot i - K \cdot \frac{Q}{Q - q} \cdot q + A \cdot e^{-\frac{B \cdot q}{Q}}, \quad (1)$$

где  $U$  – напряжение на аккумуляторе при разряде,  $E$  – ЭДС аккумулятора,  $R$  – его внутреннее сопротивление,  $i$  – постоянный ток через аккумулятор,  $K$ ,  $B$  и  $A$  – эмпирические коэффициенты,  $Q$  – полная ёмкость аккумулятора,  $q$  – израсходованная ёмкость аккумулятора.

Блочная схема структурной модели приведена на рис. 2 [8]. Первый элемент представляет постоянную ЭДС аккумулятора, второй – внутреннее сопротивление, третий – основную токообразующую химическую реакцию, четвертый – переходные процессы, возникающие при разряде.

Как было указано выше, соотношение (1) описывает только разряд батареи постоянным током, что существенно ограничивает области его применения. Решение проблемы было предложено авторами [5]. Они добавили в формулу слагаемое с так называемым фильтрованным током, позволяющим моделировать экспериментально наблюдаемую запаздывающую реакцию напряжения на скачкообразное изменение тока через аккумулятор. С математической точки зрения фильтрованный ток – это ток, пропущенный

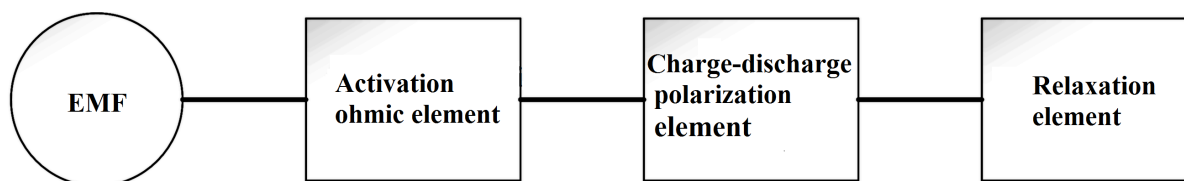


Рис. 2. Блочная схема структурной модели аккумулятора [8]

Fig. 2. Structural model of a battery [8]

через фильтр нижних частот. Также в статье была предложена видоизмененная формула, позволяющая описывать не только разряд, но еще и заряд постоянным током:

$$U(i, t) = E_0 - R \cdot i - K \cdot \frac{Q}{Q - \int_0^t i dt} \cdot \int_0^t i dt - E_{dyn} + \text{Exp}(t), \quad (2)$$

$$\text{где } E_{dyn} = \begin{cases} K \cdot \frac{Q}{Q - \int_0^t i dt} \cdot i^* & \text{при } i^* > 0 \text{ (разряд)}, \\ K \cdot \frac{i}{0.1 \cdot Q + \int_0^t i dt} & \text{при } i^* < 0 \text{ (заряд)}, \end{cases}$$

$i^*$  – ток после фильтра,

$$\text{Exp}(t) = \begin{cases} A \cdot e^{-B \cdot |i| \cdot t} & \text{при } i^* > 0 \text{ (разряд)}, \\ A \cdot (1 - e^{-B \cdot |i| \cdot t}) & \text{при } i^* < 0 \text{ (заряд)}, \end{cases}$$

– слагаемое, моделирующее экспоненциальную зону на кривой разряда-заряда.

В статье было продемонстрировано, что один набор параметров батареи позволяет одинаково хорошо описывать ее поведение при различных величинах разрядного тока.

Следующим шагом на пути к применению данных соотношений является определение неизвестных постоянных коэффициентов из соотношения (2). Авторы [5] предлагают часть параметров брать из спецификации на изделие, а остальные определять по трем характерным точкам на кривой разряда, также предоставленной производителем батареи. Авторы [5] отмечают, что полученные значения параметров и точность модели сильно зависят от выбора данных точек. При этом для двух из трех точек не существует точных критериев их отбора.

Однако, как показывает опыт, параметры, приводимые в спецификации на изделие, как и разрядные кривые, зачастую являются усредненными и могут не иметь ничего общего с параметрами данного конкретного аккумулятора. В связи с этим и с целью автоматизации процесса нахождения коэффициентов модели, нами был доработан метод, аналогичный описанному в [6]. Снимается экспериментальная разрядная кривая и заполняется массив значений  $U(i)$ . Затем составляется целевая функция на базе всех

параметров модели:

$$F(x) = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{k=1}^N (V_{\text{изм}}(k) - V_{\text{мод}}(k))^2}, \quad (3)$$

где  $N$  – общее количество измерений,  $V_{\text{изм}}$  – измеренные значения напряжения,  $V_{\text{мод}}$  – напряжения модели, которое вычисляется по формуле

$$V_{\text{мод}}(k) = E_0 - R \cdot I(k \cdot T_c) - K \cdot \frac{Q}{Q - i^*(k)} \cdot [I(k \cdot T_c) - i^*(k \cdot T_c)] + A \cdot e^{-B \cdot i^*(k)}, \quad (4)$$

где  $T_c$  – интервал измерений.

Ток после фильтра  $i^*$  вычисляется по следующей формуле:

$$i^*(k \cdot T_c) = I(k \cdot T_c) \cdot \left(1 - e^{-\frac{k \cdot T_c}{\tau}}\right), \quad (5)$$

где  $\tau$  – время отклика батареи [5].

Лучшим решением  $x_1$  для функции (3) считается такое, при котором  $F(x, x_1)$  является глобальным минимумом.

Выражения (3) и (4) получены из уравнения разряда (2) заменой непрерывной переменной  $t$  дискретной переменной  $k \cdot T_c$ .

Целевая функция (3) очень чувствительна к выбору начальных значений, и если использовать стандартные методы оптимизации, то вместо глобального минимума будет найден локальный.

Традиционно в данном методе используется кривая разряда аккумулятора постоянным током. Однако для проведения данной процедуры на аккумуляторах высокой ёмкости требуется дорогостоящее и узкоспециализированное оборудование. Определенный интерес представляет исследование возможности получения параметров из других экспериментальных кривых, например из кривой разряда на постоянную нагрузку (постоянное сопротивление).

Величина ёмкости  $Q$ , использованная авторами статьи [6] при поиске оптимума, была получена при разряде батареи до напряжения 0 В. Поскольку столь глубокий переразряд неизбежно приведет к выходу аккумулятора из строя, с целью сохранения

АКБ для дальнейших исследований мы не производили разрядов глубже установленных производителем значений напряжения. Очевидно, что ёмкость, получаемая в таком случае, будет ниже, чем у авторов оригинальной статьи [6]. Практика показала, что как значение ёмкости, указанное в паспортных данных на АКБ, так и значение, полученное в ходе экспериментов по разряду, слишком малы для аппроксимации разрядной кривой уравнением Шеферда с заданной точностью. Поэтому нами было принято решение сделать ёмкость аккумулятора  $Q$  еще одним параметром, тем самым увеличив размерность задачи на единицу.

Хоть уравнение Шеферда и позволяет описывать поведение различных типов АКБ [2, 5, 8], оно не учитывает ряд физических явлений, наблюдаемых в аккумуляторах, таких как: эффект памяти, изменение внутреннего сопротивления, температурные эффекты, саморазряд, ку де фуэ (coup de fuet), закон Пьюкерта (Peukert's law), деградация. Применительно к свинцово-кислотным батареям эффект ку де фуэ проявляет себя на относительно малом участке разрядной кривой и им можно пренебречь, а эффект памяти у них и вовсе отсутствует.

С другой стороны, нами экспериментально наблюдалось уменьшение ёмкости, которую способна отдать батарея, на 15% при токе в 35 А вследствие закона Пьюкерта. Как было сказано выше, при быстром заряде потребляемая автомобилем мощность может достигать свыше 20 кВт, а потребляемые токи – свыше 40 А, и для пренебрежения данным эффектом система накопления энергии из АКБ 12 В 100 А·ч должна состоять из более чем 100 подключенных параллельно-последовательно аккумуляторов. Отсюда очевидно, что учет закона Пьюкерта является неотъемлемой частью моделирования небольших зарядных станций.

Также следует отметить, что предоставляемые производителем разрядные таблицы не обязательно являются достоверным источником информации для моделирования закона Пьюкерта.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ БАТАРЕЙ

Как уже было сказано, в связи с особенностями режимов работы зарядных станций на данном этапе основной задачей является моделирование поведения свинцово-кислотного аккумулятора высокой ёмкости. Исследования проводились на аккумуляторе Delta GX 12-100 с номинальной ёмкостью в 100 А·ч и напряжением 12 В.

Была составлена экспериментальная кривая, на которой производился разряд батареи на сопротивление в 1.22 Ом (рис. 3). Разряд производился до напряжения 1.75 В на элемент, среднее значение разрядного тока составило 9.32 А. Далее на кривых выбиралось несколько точек по времени. Поскольку эти точки будут впоследствии использоваться для составления целевой функции, то единственным критерием для выбора точек было их относительно равномерное распределение с увеличением концентрации в местах характерных перегибов.

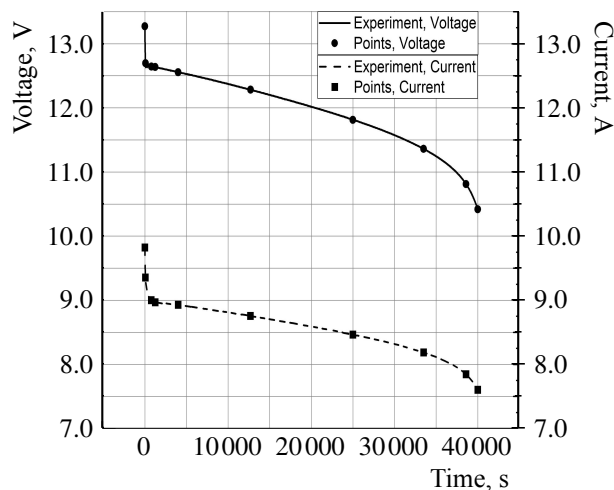


Рис. 3. Разрядные кривые батареи

Fig. 3. Battery discharge curves

Затем из значений тока, напряжения и потраченной ёмкости в этих точках составлялась целевая функция и комбинированным методом находились параметры из уравнения (4). Для упрощения решения многомерной задачи оптимизации первоначальный поиск глобального экстремума производился генетическим методом. Как

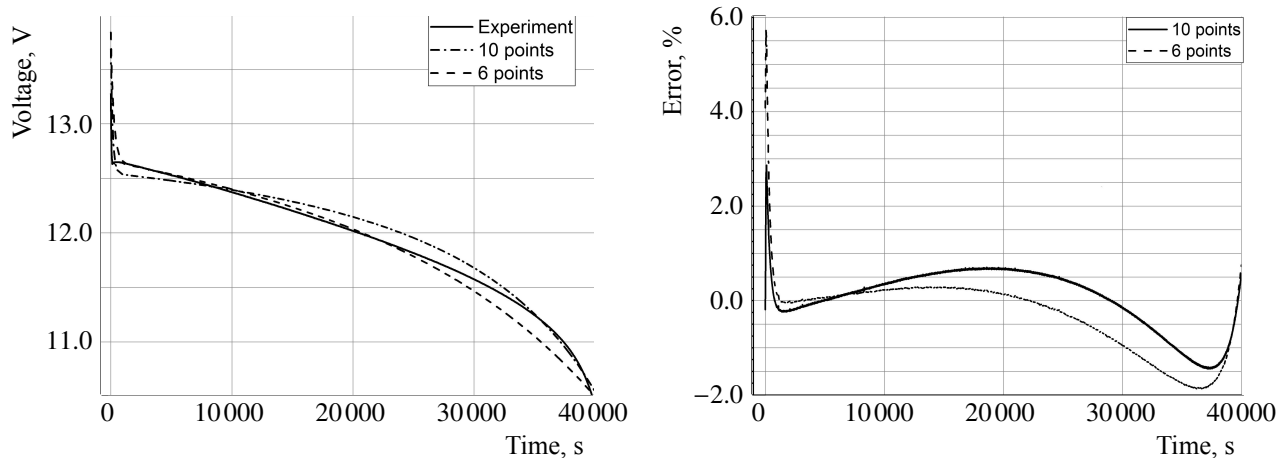


Рис. 4. Сравнение модели и эксперимента (слева) и относительная ошибка (справа)  
 Fig. 4. Comparison between model and experiment (left) and relative error (right)

показала практика, 10 точек оказалось достаточно для получения приемлемой сходимости модели с экспериментом. На рис. 4 представлено сравнение результатов модели для параметров, полученных из 6 точек экспериментальной кривой и 10. Как видно из графиков, относительная ошибка в обоих случаях, не считая начального спада напряжения, не превышает 2%.

### ВЕРИФИКАЦИЯ МОДЕЛИ И ЗАКОН ПЬЮКЕРТА

Следующей задачей было проверить, насколько хорошо полученные параметры модели описывают разрядные кривые при других токах. При этом интерес представляли не только токи ниже номинального, но также и высокие токи, при которых наблюдается уменьшение отдаваемой ёмкости в соответствии с законом Пьюкерта.

С этой целью была произведена серия разрядных экспериментов. Их результаты представлены в таблице.

По полученным данным был также построен график зависимости ёмкости от величины разрядного тока (рис. 5). В соответствии с данным графиком в модель был введен дополнительный коэффициент, вносящий поправки в значение потраченной ёмкости на каждом шаге счета. При этом в модели по-прежнему использовались коэффи-

циенты, полученные для 10 точек разрядной кривой (см. рис. 3). Сравнение результатов моделирования и экспериментальных графиков разряда приведено на рис. 6.

Результаты разрядных экспериментов  
 Results of discharge experiments

Величина нагрузки, Ом	Среднее значение тока, А	Потраченная ёмкость, А·ч
8.04	1.54	114.33
1.22	9.32	103.5
0.67	17.81	98.24
0.45	26.44	95.3
0.33	34.49	88.21

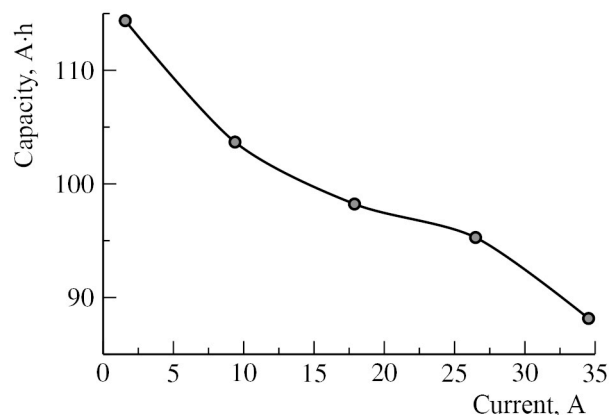


Рис. 5. Зависимость отдаваемой ёмкости от величины разрядного тока  
 Fig. 5. Dependence of capacity on discharge current

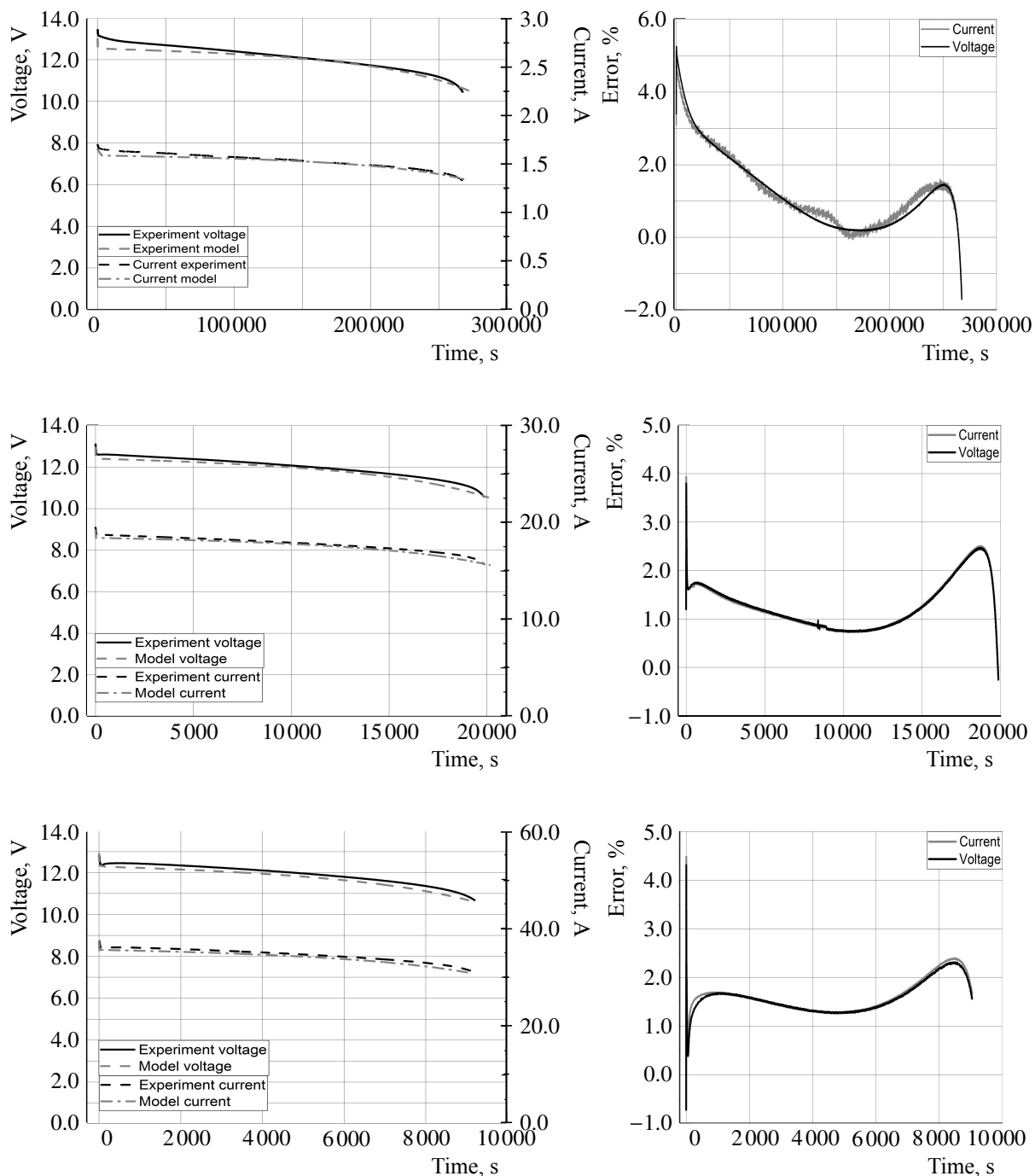


Рис. 6. Сравнение экспериментальных графиков разряда и модели (слева) и относительная ошибка (справа)

Fig. 6. Comparison between experimental and modelled discharge curves (left) and relative error (right)

Как видно из рис. 6, относительная ошибка при различных значениях тока составляет менее 5%.

Следует отметить, что для формулы (2) ток является входным параметром, а на-

пряжение выходным. При моделировании разряда на нагрузку стоит обратная задача: на каждом шаге необходимо находить ток, соответствующий заданному напряжению. Для реализации данной возможности

был успешно применен метод Ньютона – Рафсона для функции

$$f(i) = U(i) - i^* R_{\text{наг}} = 0, \quad (6)$$

где  $R_{\text{наг}}$  – сопротивление нагрузки,  $i^*$  – ток фильтрации.

## ВЫВОДЫ

Модифицированная модель Шефферда позволяет с достаточной точностью описывать разряд батарей не только постоянным током, но и на постоянное сопротивление. Отличительной особенностью метода явля-

ется его универсальность, с небольшими модификациями он подходит для описания любых типов аккумуляторов. При помощи данного метода была успешно произведена экстракция параметров свинцово-кислотной батареи из кривой разряда на постоянную нагрузку. Найденные параметры батареи подходят для описания разрядов токами различной величины. Успешно смоделировано изменение отдаваемой ёмкости батареи с учетом закона Пьюкерта. Приведенные в статье методы экстракции параметров и расчета могут быть адаптированы для использования в модели зарядной станции.

## БЛАГОДАРНОСТИ

*Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках соглашения о предоставлении субсидии № 14.604.21.0164 от 26.09.2017 (уникальный идентификатор проекта RFMEFI60417X0164).*

## ACKNOWLEDGEMENTS

*This work was supported by the Ministry of Education and Science of the Russian Federation (subsidy No. 14.604.21.0164 from 26 September 2017 project ID No. RFMEFI60417X0164).*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ajanovic A., Haas R. Driven with the sun : Why environmentally benign electric vehicles must plug in renewables // *Solar Energy*. 2015. Vol. 121. P. 169–180.
2. Cugnet M., Dubarry M., Liaw B. Y. Peuket's Law of a Lead-Acid Battery Simulated by a Mathematical Model // *ECS Trans.* 2010. Vol. 25, № 35. P. 223–233.
3. Aurilio G., Gallo D., Landi C., Luiso M., Rosano A., Landi M., Paciello V. A Battery Equivalent-Circuit Model and an Advanced Technique for Parameter Estimation // 2015 IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC) Proceedings. 2015. P. 1705–1710.
4. Shepherd C. M. Design of Primary and Secondary Cells: II. An Equation Describing Battery Discharge // *J. Electrochem. Soc.* 1965. Vol. 112, iss. 7. P. 657–664.

5. Tremblay O., Dessaint L.-A. Experimental Validation of a Battery Dynamic Model for EV Applications // *World Electric Vehicle Journal*. 2009. Vol. 3, iss. 2. P. 289–298.
6. Gallo D., Landi C., Luiso M., Morello R. Optimization of Experimental Model Parameter Identification for Energy Storage Systems // *Energies*. 2013. Vol. 6. P. 4572–4590.
7. Fasih A. Modeling and fault diagnosis of automotive lead-acid batteries. Master's thesis. Hichcock Hall. Columbus : The Ohio State University Publ., 2006. 94 p.
8. Галушкин Д. Н., Галушкина Н. Н. Структурная модель щелочного аккумулятора. Релаксационная поляризация // *Электрохимическая энергетика*. 2005. Т. 6, № 1. С. 41–45.

## REFERENCES

1. Ajanovic A., Haas R. Driven with the sun : Why environmentally benign electric vehicles must plug in renewables. *Solar Energy*, 2015, vol. 121, pp. 169–180.

2. Cugnet M., Dubarry M., Liaw B. Y. Peuket's Law of a Lead-Acid Battery Simulated by a Mathematical Model. *ECS Transactions*, 2010, vol. 25, no. 35, pp. 223–233.



3. Aurilio G., Gallo D., Landi C., Luiso M., Rosano A., Landi M., Paciello V. A Battery Equivalent-Circuit Model and an Advanced Technique for Parameter Estimation. *2015 IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC) Proceedings*, 2015, pp. 1705–1710.

4. Shepherd C. M. Design of Primary and Secondary Cells: II. An Equation Describing Battery Discharge. *J. Electrochem. Soc.*, 1965, vol. 112, iss. 7, pp. 657–664.

5. Tremblay O. Dessaint L-A. Experimental Validation of a Battery Dynamic Model for EV

Applications. *World Electric Vehicle Journal*, 2009, vol. 3, iss. 2, pp. 289–298.

6. Gallo D., Landi C., Luiso M., Morello R. Optimization of Experimental Model Parameter Identification for Energy Storage Systems. *Energies*, 2013, vol. 6, pp. 4572–4590.

7. Fasih A. *Modeling and fault diagnosis of automotive lead-acid batteries. Master's thesis.* Hichcock Hall, Columbus, The Ohio State University Publ., 2006. 94 p.

8. Galushkin D. N., Galushkina N. N. The structural model of alkaline accumulator. Relaxation polarization. *Electrochemical Energetics*, 2005, vol. 6, no. 1, pp. 41–45 (in Russian).

#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**Фоменко Никита Сергеевич** – главный специалист, Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт», г. Москва. Служебный тел.: 8(499)196-68-53, e-mail: Fomenko\_NS@nrcki.ru

**Григорьев Александр Сергеевич** – кандидат технических наук, начальник отдела, Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт», г. Москва. Служебный тел.: 8(499)196-68-53, e-mail: Grigoriev\_AS@nrcki.ru

**Динисилов Андрей Сергеевич** – инженер I категории, Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт», г. Москва. Служебный тел.: 8(499)196-68-53, e-mail: Dinisilov\_AS@nrcki.ru

#### Библиографическое описание статьи

Фоменко Н. С., Григорьев А. С., Динисилов А. С. Особенности моделирования свинцово-кислотного аккумулятора // *Электрохимическая энергетика*. 2019. Т. 19, № 2. С. 81–89. DOI: <https://doi.org/10.18500/1608-4039-2019-19-2-81-89>

#### For citation

Fomenko N. S., Grigoryev A. S., Dinisilov A. S. Features of Lead-Acid Battery Modelling. *Electrochemical Energetics*, 2019, vol. 19, no. 2, pp. 81–89 (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.18500/1608-4039-2019-19-2-81-89>